

2017-2018

חשבון קומבינטורי, סמסטר ב' תשע"ח - תרגיל 2

מצאו את הפונקציה היוצרת המערכית לכל סדרה מהסרות הבאות

א. $a_n = 3^n - 4^n$

ב. $a_n = (n-1)!$ כאשר $n \geq 1$.

ג. a_n כאשר מוגדרת על ידי כלל הנסיגה $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ עם תנאי התחלה $a_0 = a_1 = 1$.

עץ הוא גרף קשיר ללא לולאות. עץ עם שורש הוא עץ אשר אחד הקדקודים שלו נקרא שורש. תהי A_n קבוצת כל העצים עם שורש וגם n קודקודים.

א. מצאו מספר העצים עם שורש על n קודקודים.

ב. מצאו פונקציה יוצרת רגילה למספר העצים עם שורש על n קודקודים אשר כל קודקוד הוא מדרגה 1 או 2.

ג. מצאו משוואה עבור הפונקציה היוצרת הרגילה למספר העצים עם שורש על n קודקודים אשר כל קודקוד הוא מדרגה $m, 1, 2, 3, \dots$ כאשר $m \geq 1$.

תהי L_n קבוצת כל המסלולים על השריג המישורי אשר כל צעד או $(1, 1)$ או $(1, -1)$ או $(2, 0)$ המתחיל מנקודה $(0, 0)$ ומסתיים בנקודה על ציר ה- x ואינו יורד מתחת ציר ה- x .

א. הוכיחו שהפונקציה היוצרת של הסדרה $|L_n|$ מקיימת את

המשוואה $y = 1 + x^2y + x^2y^2$ כאשר y פונקציה יוצרת.

ב. מצאו נוסחא מפורשת לעוצמה $|L_n|$.

תהי P_n קבוצת כל החלוקות של $\{1, 2, \dots, 2n\}$ כך שבכל בלוק יש מספר זוגי של איברים. מצאו

א. כלל נסיגה לסדרה $|P_n|$.

ב. מצאו הפונקציה היוצרת המערכית של $|P_n|$.