משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מס' 9

שאלה מס' 1:

פתרו את המשוואה הבאה:

$$x^3y'''+2x^2y''+xy'-y=0$$

שאלה מס' 2:

מצאו את אוסף כל הפתרונות של המשוואה:

$$x^2y''-2xy'+2y=x^3$$

שאלה מס' 3:

תהי נתונה פונקציה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ חסומה בקטע כלשהו. בהינתן המשוואה הבאה: $y''+y=f(x)$, האם בהכרח קיים פתרון פרטי שחסום כאשר $x\to\infty$? לנמק!

שאלה מס' 4:

פתרו את המשוואה הבאה על ידי וריאציית פרמטרים:

$$y''+4y'+4y=\frac{e^{-2x}}{x^2}\quad,\quad x>0$$

שאלה מס' 5:

פתרו את המשוואה ובחרו בתשובה הנכונה:

נתונה המשוואה $y''-y'+\lambda y=\sin x$, כאשר λ הוא פרמטר ממשי. כזכור פתרון מחזורי עם מחזוריות 2π הוא פתרון המקיים $y(x)=y(x+2\pi)$. אזי:

א. עבור כל ערך של λ קיימים אינסוף פתרונות מחזוריים.
ב. אין ערך של λ שעבורו קיים פתרון מחזורי.
ג. עבור כל ערך של λ קיים פתרון מחזורי אחד ויחיד.
ד. ישנו ערך אחד בלבד של λ שעבורו קיימים אינסוף פתרונות מחזוריים.
ה. ישנו ערך אחד בלבד של λ שעבורו קיים פתרון מחזורי אחד ויחיד.

שאלה מס' 6:

בסעיפים הבאים פתרו את המשוואה ההומוגנית המתאימה ורשמו את צורת הפתרון הפרטי y_p עם הסבר.

הערה: אין צורך בחישוב המקדמים.

א. $y''+y'=e^{-x}\left(x+1\right)$.

ב. $y''-6y'+13y=x^2e^{3x}-3\cos 2x$.

ג. $y''-2y'+y=e^{x}$.

ד. $y'''-y''-y'+y=1$.

ה. $y^{(4)}-2y''+y=e^{x}$.

ו. $y'''+y'=x^3+\sin 2x$.

ז. $y'''-y'=2\sin x$.

ח. $y'''-y''-y'+y=2e^{-x}+3$.

בהצלחה