משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מס' 7

שאלה מס' 1:

נתון ש- $\frac{1}{x}$ הוא פתרון אחד של המשוואה ההומוגנית המתאימה למד"ר $x^2y''-3xy'-5y=x^3$.

השתמשו בהורדת סדר כדי למצוא פתרון כללי של המשוואה.

רמז: הציבו $y=v\frac{1}{x}$ במשוואה האי-הומוגנית וקבלו y_p+y_h יחד.

שאלה מס' 2:

נתון פתרון של משוואה לינארית הומוגנית עם מקדמים קבועים:

$$y_h(x)=C_1+C_2\cdot x+C_3\cdot x^2+C_4\cdot e^{-x}\cdot\sin(2x)+C_5\cdot e^{-x}\cdot\cos(2x)$$

בנה את המשוואה הדיפרנציאלית המתאימה לפתרון זה.

שאלה מס' 3:

נתונה הבעיה $\begin{cases}y''+\lambda y=0\\ y(0)=y(\pi)=0\end{cases}$ כאשר λ הוא פרמטר.

מצאו את הסעיף/ים הנכון/ים:

א. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל λ ממשי.
ב. לבעיה יש אינסוף פתרונות.
ג. לבעיה יש אינסוף פתרונות עבור כל λ חיובי, ואין כלל פתרונות עבור כל λ שלילי.
ד. ישנו ערך של λ שעבורו אין לבעיה פתרון לא טריוויאלי.
ה. לבעיה יש פתרון יחיד רק עבור $\lambda=0$.

שאלה מס' 4:

נתונה המשוואה $y^{(4)}-2y^{(3)}+2y"-2y'+y=0$. האם קיים פתרון למשוואה שהוא **חסום** ומקיים את התנאים:

$$\begin{cases} y(0)=\alpha \\ y'(0)=\beta \\ y"(0)=\gamma \end{cases}$$

מצאו את הסעיף/ים הנכון/ים:

א. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β בתנאי ש- $\alpha+\gamma=0$.

ב. אם $\alpha+\beta+\gamma=0$ אז לבעיה יש אינסוף פתרונות.

ג. לבעיה יש אינסוף פתרונות עבור כל α,β,γ .

ד. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β,γ.

ה. אם $\gamma=0$ אז לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β.

שאלה מס' 5:

מה הוא הסדר המינימלי של משוואה לינארית הומוגנית עם מקדמים קבועים ממשיים שהפונקציה $x^5\cdot\cos(x)+\cos(x)$ פותרת אותה.

בהצלחה