משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מס' 4

שאלה מס' 1:

נתונה בעיית ההתחלה הבאה : $\begin{cases} y'+(\tan x)\cdot y=0 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0 \end{cases}$

כמה פתרונות יש לבעיית ההתחלה הנ"ל? הסבירו מדוע התוצאות אינן עומדות בסתירה למשפט הקיום והיחידות?

שאלה מס' 2:

נתונה בעיית ההתחלה הבאה : $\begin{cases} y'+\left(\frac{1}{x^2-1}\right)\cdot y=\frac{1}{x+1} \\ y(0)=0 \end{cases}$

מצאו את תחום ההגדרה המקסימלי של הפתרון!

שאלה מס' 3:

מצאו את כל הפתרונות של המשוואה: $\begin{cases} y'+\left(\frac{\sin x+e^x}{x^2+e^x}\right)\cdot y=0 \\ y(0)=0 \end{cases}$

שאלה מס' 4:

נסו למצוא פתרון לבעיית ההתחלה : $\begin{cases} x^2\cdot y'+2x\cdot y=1 \\ y(0)=2 \end{cases}$

מדוע הכישלון אינו מפריך את משפט הקיום ויחידות למד"ר לינאריות.

שאלה מס' 5:

האם קיימת משוואה $y'+a(x)y=0$ עם תנאי התחלה $y(0)=0$, כאשר $a(x)$ רציפה על כל הישר, כך ש- $y=\sin x$ הוא פתרון שלה?

שאלה מס' 6:

עבור בעיית ההתחלה : $\begin{cases} x^2y^2 \cdot y' = y-1 \\ y(1)=2 \end{cases}$

א. מצאו פתרון כללי.

ב. האם יש פתרון יחיד לפי משפט קיום ויחידות של פיקארד.

ג. אם מתקיימים תנאי משפט קיום ויחידות של פיקארד, מצאו את התחום המקסימלי בו המשפט מתקיים.

בהצלחה