משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מס' 3

שאלה מס' 1:

מצא את משפחת העקומים הניצבת למשפחה $y = e^{cx^2}$ כאשר $x, y > 0$.

שאלה מס' 2:

העקום הניצב למשפחת העקומים $y^2 = 2x^2 - c \cdot x^3$ ועובר בנקודה $(0, e)$ עובר גם דרך הנקודה $(\alpha, 1)$.
מצאו $\alpha = ?$.

שאלה מס' 3:

נתונה משפחת העקומות הבאה: $y = c \cdot e^{-2x}$.

ידוע כי אחת העקומות האורתוגונליות למשפחה הנתונה עוברת דרך הנקודה $(1,1)$, עקומה זו עוברת בין היתר דרך הנקודה:

א. $(4,2)$.
ב. $(-1,2)$.
ג. $(-3,4)$.
ד. $(2,5)$.

הערה: למרות שהשאלה מנוסחת כשאלה אמריקאית, אך אני מבקש פתרון מלא ומפורט.

שאלה מס' 4:

יהי $y(t)$ הפתרון של המשוואה $y' - y = -1, \quad y(0) = y_0$.

עבור איזה ערכים של y_0 , מתקיים $\lim_{t \to \infty} y(t) = \infty$?

שאלה מס' 5:

נתונה המשוואה: $ty' + y = 2t, \quad y(1) = 1$.

מצאו את $\lim_{t \to 0^+} y(t) = ?$

שאלה מס' 6:

נתונה המשוואה: $y' = \frac{y - y^2 \cdot \cos x}{x + y^2}$ עם תנאי התחלה $y(0) = 1$.

מצאו את $y(\pi) = ?$

בהצלחה