משוואות דיפרנציאליות רגילות--תרגיל בית מס' 7

שאלה מס' 1: מצאו פתרון כללי ופתרון פרטי על פי הנדרש:

א. $y''-64y=0$.

ב. $y''-7y'+6y=0$.

ג. $\begin{cases} 9y''+y=0 \\ y\left(\frac{3\pi}{2}\right)=2 \\ y'\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0 \end{cases}$.

ד. $y^{(4)}-13y''+36y=0$.

ה. $y'''-2y''+y'=0$.

ו. $\begin{cases} 3y''-6y'+30y=0 \\ y\left(\frac{\pi}{6}\right)=0 \\ y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=e^{\frac{\pi}{6}} \end{cases}$.

ז. $y^{(4)}-16y=0$.

ח. $y^{(8)}+18y^{(4)}+81y=0$.

ט. $\begin{cases} y'''-3y''+3y'-y=0 \\ y(0)=1 \\ y'(0)=2 \\ y''(0)=3 \end{cases}$.

י. $y^{(7)}-y^{(4)}=0$.

יא. $y^{(6)}-12y^{(4)}+48y''-64=0$.

יב. $\begin{cases} y'''+y'=0 \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1 \\ y''(0)=2 \end{cases}$.

שאלה מס' 2: נתון ש- $\frac{1}{x}$ הוא פתרון אחד של המשוואה ההומוגנית המתאימה למד"ר $x^2y''-3xy'-5y=x^3$. השתמשו בהורדת סדר כדי למצוא פתרון כללי של המשוואה.

רמז: הציבו $y=v\frac{1}{x}$ במשוואה האי-הומוגנית וקבלו y_p+y_h יחד.

שאלה מס' 3: נתון פתרון של משוואה לינארית הומוגנית עם מקדמים קבועים:

$$y_h(x)=C_1+C_2\cdot x+C_3\cdot x^2+C_4\cdot e^{-x}\cdot\sin(2x)+C_5\cdot e^{-x}\cdot\cos(2x)$$

בנה את המשוואה הדיפרנציאלית המתאימה לפתרון זה.

שאלה מס' 4: נתונה הבעיה $\begin{cases} y''+\lambda y=0 \\ y(0)=y(\pi)=0 \end{cases}$ כאשר λ הוא פרמטר. מצאו את הסעיף/ים הנכון/ים:

א. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל λ ממשי.
ב. לבעיה יש אינסוף פתרונות.
ג. לבעיה יש אינסוף פתרונות עבור כל λ חיובי, ואין כלל פתרונות עבור כל λ שלילי.
ד. ישנו ערך של λ שעבורו אין לבעיה פתרון לא טריוויאלי.
ה. לבעיה יש פתרון יחיד רק עבור $\lambda=0$.

שאלה מס' 5: נתונה המשוואה $y^{(4)}-2y^{(3)}+2y''-2y'+y=0$. האם קיים פתרון למשוואה שהוא חסום ומקיים את התנאים:

$$\begin{cases} y(0)=\alpha \\ y'(0)=\beta \\ y''(0)=\gamma \end{cases}$$

מצאו את הסעיף/ים הנכון/ים:

א. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β בתנאי ש- $\alpha+\gamma=0$.

ב. אם $\alpha+\beta+\gamma=0$ אז לבעיה יש אינסוף פתרונות.

ג. לבעיה יש אינסוף פתרונות עבור כל α,β,γ .

ד. לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β,γ.

ה. אם $\gamma=0$ אז לבעיה יש פתרון יחיד עבור כל α,β.

שאלה מס' 6: מה הוא הסדר המינימלי של משוואה לינארית הומוגנית עם מקדמים קבועים ממשיים שהפונקציה $x^5\cdot\cos(x)+\cos(x)$ פותרת אותה.

בהצלחה