משוואות דיפרנציאליות רגילות--תרגיל בית מס' 6

שאלה מס' 1: בהינתן המד"ר $y'=-\frac{1}{2yx^2}$. הראו כי פתרונות שגדולים מאחד בנקודה $x=1$ הם יציבים אך לא יציבים אסימפטוטית באינסוף.

שאלה מס' 2: בהינתן המד"ר $y''-2y'+y=0$. בדקו כי $y_1(x)=e^x, y_2(x)=xe^x$ הם פתרונות למשוואה וקבעו בעזרת הוורונסקיאן שלהם באילו אינטרוולים הם פורשים את מרחב הפתרונות.

שאלה מס' 3: בהינתן פונקציה $f(x)$ שאינה זהותית אפס , גזירה פעמיים ומקיימת $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$.

הסבירו מדוע לא יתכן ש- $y=\left(f(x)\right)^3$ (הפונקציה בחזקת 3) יהיה פתרון של משוואה לינארית הומוגנית מסדר 3 שמקדמיה רציפים באינטרוול $(-6,3)$.

שאלה מס' 4: בהינתן המד"ר $(x>0)$, $yy''+(y')^2=0$. בדקו שהפונקציות $y_1(x)=1, y_2(x)=\sqrt{x}$ הן פתרונות של המשוואה, אך $c_1+c_2\sqrt{x}$ אינו פתרון. הסבירו מדוע לא מתקיים כאן עקרון הסופרפוזיציה.

שאלה מס' 5: בהינתן המד"ר $xy'''-y''=0$.

א. בדקו כי הפונקציות $y_1(x)=1, y_2(x)=x, y_3(x)=x^3$ פותרות את המשוואה.

ב. חשבו את הוורונסקיאן בשתי דרכים.

ג. מצאו נקודות בהן הוורונסקיאן מתאפס והסבירו תוצאה זו.

בהצלחה