משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מס' 1

שאלה מס' 1:

לכל אחת מן המשוואות ציינו (לא צריך הסבר) את סדר המשוואה, וקבעו האם היא לינארית או לא לינארית:

א. $x\left(y'\right)^2-2yy'+x=0$.

ב. $7x-3y+(2x+5y)y'=0$.

ג. $y'=2x-x^3y$.

ד. $xy'''+2y''+x^2y=0$.

ה. $y''-2y\left(y'\right)^2+2y'-xy=0$.

שאלה מס' 2:

פתרו את המשוואות הבאות:

א. $xy'=y-xe^{\frac{y}{x}}$.

ב. $\left(x+2y\right)dx-xdy=0$.

ג. $y'=\frac{4y-3x}{2x-y}$.

ד. $y'=\frac{x^2+3y^2}{2xy}$.

שאלה מס' 3: נסמן ב- y_{p_1},y_{p_2} שני פתרונות פרטיים כלשהם של משוואה דיפרנציאלית לינארית לא הומוגנית מסדר ראשון שמקדמיה רציפים על הישר. מצא מהו התנאי על α,β שצריך להתקיים על מנת שגם $\alpha y_{p_1}+\beta y_{p_2}$ יהיה פתרון של המשוואה.

שאלה מס' 4: נתונים y_{p_1},y_{p_2} שני פתרונות פרטיים שונים של משוואה דיפרנציאלית לינארית לא הומוגנית מסדר ראשון שמקדמיה רציפים על הישר. בטא בעזרתם את הפתרון הכללי של משוואה זו.

שאלה מס' 5: הוכח שאם y_1, y_2 הם שני פתרונות של משוואה לינארית הומוגנית מסדר ראשון, אזי גם כל צירוף לינארי שלהם מהווה פתרון של משוואה זו.

שאלה מס' 6:

פתרו את המשוואות הבאות:

א. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sin y - 2x}$.

ב. $\left(x + 2y^3\right) y' = y$.

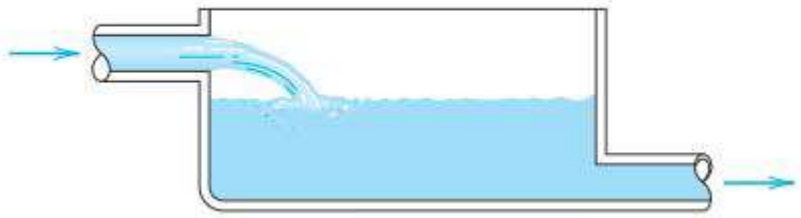
שאלה מס' 7:

פתרו את המשוואות הבאות:

א. $y' = y^4 \cos x + y \cot x$.

ב. $\left(2x^2 y \ln y - x\right) y' = \mathrm{y}$.

שאלה מס' 8: מודל בעיית הערבוב: מיכל מכיל 1000 ליטר של תמיסת מלח מעורבבת באופן אחיד, וכמות המלח במיכל היא 100 ק"ג. מזרימים למיכל תמיסת מלח בקצב של 10 ליטר בדקה, כאשר כל ליטר תמיסה נכנסת מכיל 5 ק"ג מלח. הכל מתערבב באופן אחיד. מצדו השני של המיכל נשפכת החוצה תכולתו של המיכל, בקצב של 10 ליטר בדקה.



כתבו משוואת מודל (מד"ר) עבור כמות המלח שיש במיכל בזמן t? מה כמות המלח אחרי 100 דקות?

בהצלחה