משד"פ
סמסטר א'-תשע"ו

תרגיל בית 10

קורס: משוואות דיפרנציאליות רגילות

---

1. מיין את הנקודות הסינגולריות של המד"ר:
$$2(x-2)^2xy'' + 3xy' + (x-2)y = 0$$

2. נתונה המשוואה הבאה: $y'' + y = 0$
   א. מיין את הנקודה $x_0 = 0$ (נקודה רגילה, סינגולרית רגולרית או סינגולרית לא רגולרית)
   ב. מצא פיתוח לטור חזקות למשוואה סביב $x_0 = 0$
   - ניתן להיעזר בטורים הידועים:
$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}, \sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

3. נתונה המשוואה: $(1+x^2)y'' + 2xy' + 4x^2y = 0$
האם אפשר למצוא פתרון בצורת טור חזקות למשוואה סביב:
$$x_0 = 0 \ , x_0 = -\frac{1}{2}$$
אם כן, מהו רדיוס ההתכנסות?

4. נתונה המשוואה: $2x^2y'' - xy' + (1+x)y = 0$
   א. מיין את הנקודה $x_0 = 0$ (נקודה רגילה, סינגולרית רגולרית או סינגולרית לא רגולרית)
   ב. פתור את המשוואה באמצעות טור חזקות סביב הנקודה $x_0 = 0$

5. בכל אחד מהסעיפים הבאים פתור את המשוואה הדיפרנציאלית בנקודה $x = 0$ ע"י שימוש בשיטת פרובניוס.
   א. $3xy'' + y' - y = 0$
   ב. $2xy'' + (1+x)y' + y = 0$
   ג. $4x^2y'' + 2x(2+x)y' + (3x-1)y = 0$
   ד. $x^2y'' - xy' + y = 0$

בהצלחה