משד"פ
סמסטר ב'-תשע"ו

תרגיל בית 5

קורס: משוואות דיפרנציאליות רגילות

---

1. נתונה המשוואה הבאה: $y' = arctg(x) \cdot (1 - y^2)$
הוכיח כי קיים למשוואה פתרון $y(x)$ המקיים $y(0) = 0$ המוגדר לכל הישר הממשי.

2. הוכיח כי לא קיים פתרון לבעיה: $y' = -y(y^2 + x), y(1) = -1$ המוגדר בקטע המכיל את הנקודה $x = 2$. אשר מקיים $y'(2) < 0$.

3. מצא שני פתרונות למשוואה: $y' = 2 + \sqrt{9 - (y - 2x - 1)^2}$ שמקיימות $y(0) = 4$ בתחום: $-3 \leq y - 2x - 1 \leq 3$.

האם יש בכך סתירה למשפט הקיום והיחידות?

4. נתונה המשוואה: $y' = sin^4(\pi x) \cdot y^2 + y$, נתון גם כי $y(x)$ הוא פתרון למשוואה המוגדר לכל R, ונתון גם ש $y(0) = y(1)$. הוכח כי $y(x)$ היא פונקציה מחזורית עם מחזוריות 1.

5. מצא 9 פתרונות שונים למשוואה: $y' = xy^{\frac{1}{3}}$ שמקיימים: $y(0) = 0$. למה אין הדבר סותר את משפט הקיום והיחידות?

בהצלחה