משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מספר 8

מרצה: פרופ' תופיק מנסור **מתרגלת: עביר עוסמאן**

---

1. בכל אחת מהמשוואות הבאות מצאו הנקודות הרגילות ,הסינגולריות , הסינגולריות הריגולריות , והסינגולריות הלא ריגולריות :

   א. $3x^2y''+2xy'+x^2y=0$.

   ב. $x^2y''+4xy'+(2+x)y=0$.

   ג. $x^2(x-2)^2y''+(x-2)y'+3x^2y=0$.

   ד. $y''+(\cos x)y'+(\ln x)y=0$, $x>0$.

2. חשבו $y''(x_0)$, $y'''(x_0)$, $y^{(4)}(x_0)$ אם $y(x)$ פתרון המשוואות הבאות :

   א. $y''+xy'+y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

   ב. $y''+(\sin x)y'+(\cos x)y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$.

3. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת פיתוח טור חזקות סביב $x_0=0$:

   א. $(1-x^2)y''-2xy'+2y=0$.

   ב. $y''-2x^2y'+4xy=x^2+2x+2$, $y(0)=3$, $y'(0)=12$.

   ג. $y''+xy=e^{x+1}$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

4. יהי $y(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ פתרון למד"ר הבאה : $y''+(x-1)y'+y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$

   חשבו כמה שווה $\frac{a_{2016}}{a_{2014}}$.

5. נתונה המשוואה $y''+4xy'+cy=0$ עם תנאי ההתחלה $y(0)=a$, $y'(0)=0$, כאשר $a\neq 0$ ו c קבועים .

   א. מצאו נוסחת נסיגה למקדמי הפתרון.

   ב. עבור אילו ערכים של c הפתרון הוא פולינום , כלומר איבר כללי של הפתרון (הטור) שווה אפס החל ממקום מסוים.

בהצלחה