תרגיל בית מספר 7 ,משוואות דיפרנציאליות רגילות

מרצה: פרופ' תופיק מנסור **מתרגלת: עביר עוסמאן**

---

1. האם $y_1(x)=x$ ו $y_2(x)=xe^x$ יכולים להיות פתרונות של מד"ר לינארית הומוגנית מסדר 2 בקטע $[-1,10]$?

2. מצאו מד"ר לינארית הומוגנית מסדר 2 כך ש- $y_1(x)=x$ ו $y_2(x)=e^x$ פתרונות שלה.

3. מצאו תחום שבו הפונקציות : $\cos x$, $\sin x$, e^x הן בסיס למרחב הפתרונות של המשוואה $y^{(4)}-y=0$ ע"י הורונסקיאן.

4. פתרו את המערכות הבאות.

   א. $\vec{y}'(x)=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 3 & 6\end{pmatrix}\cdot\vec{y}(x)$.

   ב. $\vec{y}'(x)=\begin{pmatrix}1 & -1 & 4\\ 3 & 2 & -1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}\cdot\vec{y}(x)+\begin{pmatrix}18x\\ 3\\ 0\end{pmatrix}$.

   ג. $\begin{aligned}x' &= x-y+4z\\ y' &= 3x+2y-z\\ z' &= 2x+y-z\end{aligned}$.

5. נתונה המערכת: $\vec{y}'(x)=\begin{pmatrix}\alpha & 2\\ 2 & \alpha\end{pmatrix}\cdot\vec{y}(x)$.

מצאו עבור אילו ערכים של α יש בסיס למרחב הפתרונות המורכב מפונקציות חסומות ב- $(0,\infty)$.

6. נתונה המערכת ההומוגנית: $\vec{y}'=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ -2 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\vec{y}=A\cdot\vec{y}$.

   א. מצאו צורת ג'ורדן של- A.

   ב. חשבו את e^{Ax}.

   ג. מצאו פתרון כללי למערכת.

   ד. מצאו פתרונות פרטיים עבור כל תנאי התחלה: $\vec{y}(\vec{0})=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$, $\vec{y}(\vec{0})=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$, $\vec{y}(\vec{0})=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$.

<u>בהצלחה</u>