משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מספר 5

מרצה: פרופ' תופיק מנסור **מתרגלת: עביר עוסמאן**

---

1. בדקו תנאי ליפשיץ לפי y של הפונקציות הבאות במלבן הנתון.
   א. $f(x,y)=\cos x+1-y\sin x$ ב- $(1,5)\times(2,10)$.
   ב. $f(x,y)=x+\frac{y}{x^2+1}$ ב- $(2,10)\times(3,5)$.
   ג. $f(x,y)=\arctan x+(y-2)^{2/5}$ ב- $(1,3)\times(1,3)$.

2. הוכיחו או הפריכו.
   א. למשוואה $y'+e^{x^2}y=e^{x^2}$ קיים פתרון יחיד המקיים $y(3)>1$ וגם $y(0)<1$.
   ב. הפתרון של המשוואה $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x+y^3}$ עם תנאי התחלה $y(1)=1$ עובר דרך הנקודה $(5,2)$.
   ג. הפתרון של המשוואה $((9-y^2)\cos y)\,dx+(y^2+6y+10)dy=0$ עם תנאי התחלה $y(0)=2$ חסום.

3. פתרו את המשוואות הבאות.
   א. $y'''-2y''-3y'=0$.
   ב. $y^{(4)}+y=0$.
   ג. $y'''-y''+y'-y=0$, $y(0)=3,\ y'(0)=4,\ y''(0)=-1$.

4.
   א. מצאו שני פתרונות שונים למד"ר $y'=x(1-y)^{4/5}$ עם תנאי ההתחלה $y(0)=1$.
   ב. מדוע חוסר היחידות בסעיף א' לא סותר את משפט קיום ויחידות.

5. הוכיחו כי לכל $a>1$ ולכל נקודה (x_0,y_0) קיים פתרון יחיד למד"ר $y'=|y-3|^a\cdot\sin x$ העובר דרך הנקודה ומוגדר סביב x_0.

<u>בהצלחה</u>