משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מספר 4

מרצה: פרופ' תופיק מנסור **מתרגלת: עביר עוסמאן**

---

1. פתרו את המשוואות הבאות ע"י שיטת הורדת הסדר.
   א. $xy''' - y'' = 0$ כאשר $y(1) = y'(1) = 1$.
   ב. $(4 + x^2)y'' - 2xy' = 0$ כאשר $y(0) = y'(0) = 0$.
   ג. $yy'' - (y')^2 = 0$.

2. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת שיטת פיקארד. לכל משוואה חשבו (באופן כללי) את $y_n(x)$ ואת הגבול $\lim_{n\to\infty} y_n(x)$. חשבו גם $y_3(x)$ בנקודות $x = 0, 0.1, 0.2$.
   א. $y' = 2y + 2$, $y(0) = 0$.
   ב. $y' = 2xy$, $y(0) = 1$.

3. תשתמשו בשיטת אוילר כדי להעריך את $y(4)$ כאשר בוחרים אורך צעד $h = 0.5$ ו- $y(x)$ פתרון המשוואה $y' = 1 + (x - y)^2$ עם תנאי התחלה $y(0) = 1$.

4. תשתמשו בשיטת אוילר כדי להעריך את $y(1)$ כאשר $y(x)$ פתרון המשוואה $y' = \frac{x}{y}$ עם תנאי התחלה $y(0) = 1$. תשתמשו פעם באורך צעד $h = 0.1$ ופעם ב- $h = 0.2$ ותשוו התוצאות עם הפתרון המדויק $y^2 = 1 + x^2$.

5. בלי לפתור את המשוואות, האם קיים פתרון יחיד למד"ר הבאות עם תנאי ההתחלה המוגדר סביב x_0:
   א. $y' = 4 + y^2, \quad y(0) = 1$.
   ב. $y' = x\arctan(y), \quad y(0) = 2$.
   ג. $y' = \frac{x}{y+1}, \quad y(0) = 0$.

<u>בהצלחה</u>