משוואות דיפרנציאליות רגילות

תרגיל בית מספר 3

מרצה: פרופ' תופיק מנסור **מתרגלת: עביר עוסמאן**

---

1. הוכיחו: אם y_1 ו- y_2 פתרונות של מד"ר לינארית הומוגנית, אז y_1+y_2 גם פתרון שלה.

2. פתרו את המשוואות הבאות (נושא: משוואות ברנולי וריקטי) :

   א. $xy'-4y=x^2\sqrt{y}\quad,\quad y(1)=0$.

   ב. $xy'-(2x+1)y+y^2=-x^2$.

   ג. $y'=\frac{y}{2x}+\frac{x^2}{2y}$.

   ד. $xy'+y=xy^2\ln x\quad,\quad y(1)=1$.

3. פתרו את המשוואות הבאות (נושא: מד"ר מדויקת):

   א. $2xy^2+2y+(2x^2y+2x)y'=0\quad,\quad y(1)=1$.

   ב. $\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}dx+\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}dy=0$.

   ג. $(\frac{y}{x}+6x)dx+(\ln x-2)dy=0$.

   ד. $(x^2+xy)dy+(3xy+y^2)dx=0\quad,\quad y(0)=0$.

4.

   א. מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(1)=2$ ועבורה $\mu(x)=x^2y$ גורם אינטגרציה של המשוואה $(4xy+3y^3)dx+(g(x)+4xy^2)dy=0$.

   ב. פתרו את המשוואה בסעיף א' עבור $g(x)$ שמצאתם.

5. ידוע לפי משפט קיום ויחידות (למדתם בהרצאה) שלמשוואה $y'+y(y-2)e^{xy}=x^2\sin(\pi y)$ עם כל תנאי התחלה יש פתרון יחיד. יהי $\tilde{y}(x)$ הפתרון של המשוואה העובר דרך הנקודה $(1,1)$. הוכיחו כי קיימים קבועים M,m כך ש- $m\le\tilde{y}(x)\le M$ לכל x בו הפתרון מוגדר.

<u>בהצלחה</u>