

בחינה סופית בקורס יסודות הגיאומטריה (מועד א')

מספר הקורס: 210.3311

הזמן: 2.5 שעות לענות: על כל השאלות חומר עזר: אסור

חלוקת הנקודות (100+3) במבחן: 1:10, 2:א-10, ב-7, 3:א-11, ב-5, ג-7, 4:א-5, ב-6, ג-7, 5:א-7, ב-8, 6:א-7, ב-6, ג-7.

1. להוכיח שמישורים $\omega_1 : x + y + z = 0$, $\omega_2 : 5x - y - 4z = 4$, $\omega_3 : 4x + 2y + z = 8$

במרחב האוקלידי \mathbb{R}^3 יוצרים את המנסרה. מצא שטח של החתך משולשי של המנסרה.

2. יהי מקבילית $ABCD$ ב- \mathbb{R}^2 , נקודה P מחלקת את AB ביחס 2:1, ישרים AC, DP נפגשים

ב- Q , ישרים AD, BQ נפגשים ב- R .

(א) מצא תמונות של P, Q, R ע"י טרנספורמציה אפינית T העוברת A, D, C ל- $(0,1), (0,0), (1,0)$.

(ב) ע"י תמונה $T(ABCD)$ מצא יחסים $BQ:QR$ ו- $AR:RD$.

3. נתבונן בגיאומטריה ספרית (על $\mathbb{S}^2(1) \subset \mathbb{R}^3$).

(א) להוכיח משפט COSINE: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$

(ב) מהן טרנספורמציות בגיאומטריה ספרית?

מצא את המטריצה $R(Y, \pi/4)$ - סיבוב סביב ציר OY על זווית $\pi/4$.

(ג) מצא את התמונות של הנקודות $(1,0,0), (0,1,0)$ ו- $(1/\sqrt{14}, -2/\sqrt{14}, 3/\sqrt{14})$ ע"י $R(Y, \pi/4)$.

4. על המישור הפרויקטיבי $\mathbb{R}P^2$

(א) למצוא את המשוואה של ישר γ_1 העובר דרך נקודות $(1, -2, 1), (8, -1, 2)$.

(ב) למצוא את נקודת מפגש של ישר γ_1 וישר γ_2 העובר דרך נקודות $(2, 3, 1), (0, 1, -1)$.

(ג) למצוא את המטריצה של טרנספורמציה פרויקטיבית המעבירה את הנקודות

$(1, 1, 1), (1, 0, 1), (0, 0, 1), (0, 1, 1)$ ל- $(-1, 1, -1), (-1, 2, 1), (0, 1, -1), (-2, 0, 1)$.

5. נתבונן בגיאומטריה הפוכית (inversive) על \mathbb{R}^2 . יהי $T(z) = (z+i)/(z-i)$.

(א) מצא תמונה $T(\hat{l})$ של ישר $\hat{l} = l \cup \infty$, כאשר $l: y = x$.

(ב) מצא תמונה $T(\omega)$ של מעגל יחידה $\omega: |z| = 1$.

6. נתבונן בגיאומטריה היפרבולית ב- $D: |z| < 1$.

(א) מצא משוואה של ישר- h העובר דרך נקודה $i/2$ והמקביל לציר ה- X

(ב) מצא נקודת אמצע של קטע- h $[0.1, 0.9]$.

(ג) מצא מרכז ורדיוס היפרבולי של מעגל $\omega: |z - 0.5| = 0.4$.

נא לציין בקפידה את העובדות עליהן הסתמכת בתשובותיך. נא לכתוב הגדרות למושגים המוזכרים בתשובותיך.

בהצלחה!